

#### 1.4. Gráfok

**Középszint:** Tudjon konkrét szituációkat szemléltetni, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével.

**Emeltszint:** Definiálja a következő fogalmakat: **pont, él, fok, út, kör, összefüggő gráf, fa.**

Ismerje az (1) **egyszerű gráf** pontjainak foka és éleinek száma, valamint a (2) **fa** pontjai és élei száma közötti összefüggést.

**Gráf:** Vonalakból és pontokból álló alakzat

A csúcsok **fokszáma:** a rá illeszkedő élek száma.

**Többszörös él:** ugyanazt a két csúcsot kötik össze

**Hurokél:** azonos a két végpontja

**Egyszerű gráf:** amelyben nincs hurokél és többszörös él.

**Izolált csúcs:** amelyhez nem csatlakozik él

**Irányított gráf**

**Üres gráf:** nincsenek élei, a csúcsai izoláltak

**Teljes gráf:** bármely két csúcsa közt van él.

**Vonal:** összefüggő élsorozat, amely egy élen nem halad át többször.

**Út:** vonal, amely egy csúcsot nem érint többször

**Kör:** vonal, amelynek a végpontja a kezdőponttal azonos.

**Összefüggő gráf:** van út bármelyik két csúcsa között.

**Euler-vonal:** minden élt tartalmaz, **Hamilton-kör:** minden csúcsot érint.

(1) **a fokok és élek száma közötti összefüggés:** A fokok összege az élek számának kétszerese.

- Következmény: A fokok összege páros
- Következmény: A páratlan fokú pontok száma páros.

**Tétel:** Ha egy egyszerű gráfnak van legalább két pontja, akkor van két azonos fokú pontja.

(Biz. indirekt,  $n$  pontú gráf  $n$  különböző fokszám:  $0, \dots, n-1$  lehetne, de az  $n-1$  fokszámú pont minden ponttal össze van kötve, ellentmondás)

**Fa:** kör nélküli összefüggő gráf.

(2) **Összefüggés a fa pontjai és élei száma között:** a csúcsok száma = élek száma + 1

**Tételek a fára vonatkozóan:**

- A fa maximális körmentes gráf, azaz bármely élt hozzávéve, már lesz benne kör.
- A fa minimális összefüggő gráf, azaz bármely élt elhagyva, már nem összefüggő.
- Egy fában bármely két pontot egyetlenegy út köt össze.
- Egynél több pontú fában van legalább két elsőfokú pont.

**Erdő:** minden komponense fa.